

L'ACQUISITION DU NOMBRE CHEZ L'ENFANT

par Roger BASTIEN
Inspecteur de
l'Éducation nationale

L'article qui suit de Jean-Luc Bregeon, *Les cartes à points : pour une meilleure perception des nombres*, est une illustration de l'une des théories concernant l'acquisition et l'apprentissage chez l'enfant. Il est fort utile dans la mesure où les éléments offerts à la réflexion et aux transferts de compétences sont possibles.

QU'EST-CE QU'UN NOMBRE ?

Il est utile de se rappeler que le nombre peut posséder différents sens, ces derniers sont abordés parfois de façon plus ou moins implicite, telle la désignation d'un numéro (j'habite au 12 de la rue..) ou sa valeur ordinale (nous sommes le 4 janvier ; combien existe-t-il de poiriers entre le 4^e et le 7^e poirier ?), alors que trop souvent la référence au cardinal (ou à la quantité) est étudiée en classe.

◆ LES THÉORIES

AVANT PIAGET

Selon les thèses innéistes, qui remontent à Pythagore et perdurent jusqu'au XIX^e siècle, les nombres naturels sont « des entités d'inspiration divine ». Ils se retrouvent donc chez l'homme à l'état inné. Dans cette perspective, l'enfant aura en lui les concepts de nombre cardinal et ordinal et l'apprentissage mathématique se limitera à lui donner les instruments permettant de les rendre opératoire.

La thèse platoniste est un peu l'inverse de la précédente. Elle consiste à considérer l'enfant comme une « cire vierge » à qui il faut tout inculquer. L'enfant n'a pas d'expérience numérique préalable. L'apprentissage se réduit, dans ce cas, à une transmission des savoirs du maître à l'élève.

Plus près de nous, de Jules Ferry à 1970, l'élève étudie les nombres, dès la maternelle, les uns après les autres, dans l'ordre.

En 1970, la réforme des programmes propose une nouvelle conception du nombre : celle de « cardinal d'ensemble fini ». Elle est largement influencée par les théories de Jean Piaget, psychologue suisse (1896-1980), et de son élève A. Szeminska, issues de *La genèse du nombre chez l'enfant*.

PIAGET ET SZEMINSKA (1941) PUIS INHELDER

L'ouvrage de Jean Piaget met en exergue que « la construction du nombre est corrélative du développement de la logique » D'une façon plus précise, Jean Piaget pensait que le nombre naturel ne devenait chez le jeune enfant une notion opératoire que s'il était capable de percevoir la conservation de l'extension d'une collection, la sériation des longueurs et l'inclusion des classes. Le nombre apparaît ainsi comme une synthèse spécifique de la conservation, de la sériation et de l'inclusion. Il ne sera pas fait appel aux techniques de dénombrement, sinon de façon partielle, indirecte, le plus souvent pour en souligner les insuffisances.

En fait pour J. Piaget, comme le souligne J. Rieunaud, « la genèse du nombre n'est pas proprement numérique mais logico-pratique, c'est-à-dire s'exprimant à travers des pratiques dont le critère est logique ». Il suffit alors de poser des questions du type : « Y a-t-il dans cette collection autant d'objets que dans cette autre ? », « Y en a-t-il plus ou moins ? ».

Et ce n'est que lorsque la conservation, les inclusions et les sériations seront liées et manipulées en une totalité opératoire que sera véritablement constituée la série de nombres entiers (aussi bien dans son aspect ordinal que cardinal). Un enfant qui réussit une des épreuves, réussit les deux autres et accède ainsi à la notion de nombre.

Nous constatons donc que J. Piaget refuse l'entrée du nombre par la comptine numérique, entrée plutôt privilégiée avant les années 1970. Qu'en est-il donc aujourd'hui ? Privilégions-nous la comptine numérique ou un travail sur les propriétés du nombre (classer des collections, comparer des collections...) proche des travaux de J. Piaget ?

◆ QUELLE CONCEPTION POUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE AUJOURD'HUI ?

L'évolution actuelle prend sa source dans les travaux de psychologues, des cognitivistes en particulier, et dans ceux des didacticiens des mathématiques. Leurs travaux tentent de dépasser les conceptions piagésiennes, en particulier le synchronisme entre les trois compétences : conservation numérique, inclusion et sériation des longueurs. De plus, ils reprochent à Piaget de faire de la genèse du nombre un processus intérieur à l'enfant qui ne devrait rien à l'environnement socioculturel et scolaire, et, en particulier, de nier l'influence du langage de l'adulte.

Enfin les différents travaux ont permis d'affirmer **qu'il faut mettre en œuvre des activités numériques en permettant aux élèves d'utiliser leur connaissance de la suite des nombres pour :**

- dénombrer des collections,
- comparer des collections,
- constituer des collections,
- effectuer des partages.

Nous voyons donc que la connaissance de la comptine numérique n'est pas négligée et devra être travaillée pour accéder au dénombrement. Mais avant d'aller plus loin, définissons le terme « dénombrer » et les principes pour acquérir le dénombrement, ainsi que ceux de la comptine numérique.

Deux chercheuses américaines, R. Gellman et C. R. Gallistel, ont mis en évidence les capacités indispensables au bon fonctionnement du dénombrement et son opérationnalité. Elles ont ainsi établi cinq principes.

1. Le principe d'adéquation unique : chaque mot énoncé doit être mis en stricte correspondance terme à terme avec un, et un seul, élément de la collection que l'on cherche à dénombrer.

2. Le principe d'ordre stable : les mots de la chaîne numérique sont énumérés dans un ordre permanent.

3. Le principe cardinal : le dernier mot-nombre prononcé désigne la quantité d'objets contenus dans la collection.

4. Le principe d'abstraction : on peut compter des objets de natures différentes.

5. Le principe de non-pertinence de l'ordre : l'ordre dans lequel les éléments d'une collection sont énumérés n'affecte pas le comptage.

Ainsi, lorsqu'un élève qui a dénombré une collection arrive à un résultat erroné, il y a lieu d'observer attentivement la façon

dont il mène le dénombrement de manière à identifier lequel (ou lesquels) de ces principes n'est pas encore maîtrisé. Il convient également de se demander comment s'acquièrent ces principes.

COMMENT S'ACQUIÈRENT LES PRINCIPES DU COMPTAGE ?

Les points de vue des chercheurs diffèrent sur les problèmes d'acquisition des principes fondamentaux du comptage. R. Gelman et C. R. Gallistel considèrent que les enfants disposent très tôt des compétences par rapport à ces principes (ce qui rejoint un peu la thèse innéiste).

Cependant, leurs performances pour coordonner plusieurs principes restent faibles en raison de leur capacité limitée pour gérer les informations et pour contrôler l'exécution de la tâche proposée. Toutefois la thèse de Gelman et Gallistel ne fait pas l'unanimité. Ainsi A. J. Baroody affirme, tout comme d'autres chercheurs, que les enfants commencent par l'apprentissage et l'utilisation de certaines habiletés d'une manière assez mécanique. En même temps, ils construisent la compréhension et la plupart des savoir-faire. Ainsi, ils construisent très graduellement une compréhension du nombre et du comptage. Il existe alors une interaction entre le développement des savoir-faire liés au comptage et l'émergence de principes de plus en plus stabilisés. Néanmoins, comme le souligne Michel Fayol, « la mise en œuvre du comptage nécessite le recours à une énumération verbale ».

COMMENT S'ACQUIERT LA CHAÎNE NUMÉRIQUE VERBALE ?

Il semble donc que la connaissance de la chaîne numérique verbale, soit un préalable indispensable pour la réalisation d'un comptage correct. Lors de l'acquisition de cette comptine numérique (qui s'étale entre deux et six ans), M. Fayol observe que les suites numériques verbales se laissent approximativement décomposer en trois parties :

- une partie stable et conventionnelle,
- une partie stable mais non conventionnelle,
- une partie ni stable ni conventionnelle.

La partie stable et conventionnelle correspond à la suite pratiquée par les adultes. Sa taille croît de manière très importante en fonction de l'âge et dépend d'une part des rythmes et des trajectoires du développement et d'autre part de l'influence liée à l'environnement.

La partie stable mais non conventionnelle correspond à l'ordre des mots qui n'est pas conventionnel ou à un manque d'éléments. Mais lors d'une répétition, les mêmes mots reviennent dans le même ordre. Il faut remarquer que l'enfant peut alors respecter les principes du comptage (en particulier les principes de suite stable, de correspondance terme à terme et cardinal) sans donner le mot-nombre adéquat correspondant à la quantité dénombrée.

La partie ni stable ni conventionnelle : la plupart des enfants ne s'arrêtent pas de compter lorsqu'ils ont épuisé leur stock de termes ordonnés de manière conventionnelle ou non. Ils produisent alors des suites instables (d'un essai à l'autre) et non conventionnelles (par exemple : dix-dix après dix-neuf).

M. Fayol affirme alors que «l'acquisition de la chaîne numérique verbale s'effectue en deux temps (...), tout d'abord la série 1-19 paraît acquise par apprentissage «par cœur», (...) ensuite la séquence 20-99 (et au delà) avec ses lois de compositions linguistiques dont la complexité varie d'une langue à l'autre».

La chaîne numérique verbale (plus particulièrement la partie conventionnelle) s'élabore suivant quatre niveaux successifs. Ces quatre niveaux ont été décrits par K. Fuson, J. Richard et D. J. Briars en 1982.

1. Le niveau chapelet : les noms de nombres n'ont encore aucune individualité, chaque mot étant indissociable de son prédécesseur et de son successeur ; «un-deux-trois-quatre...». Nous avons donc à faire à une récitation portant sur un bloc verbal dépourvu de signification arithmétique. Même si l'enfant l'utilise en relation avec une collection, il ne peut aboutir à un comptage correct.

2. Le niveau chaîne insécable : la suite est formée de mots-nombres individualisés, mais elle reste cependant insécable. L'enfant ne peut poursuivre la suite qu'à partir de «un» ou en se faisant aider par un amorçage de plusieurs mots-nombres.

3. Le niveau chaîne sécable : l'enfant devient capable de compter à partir de n'importe quel mot de la liste connue par lui. Il peut, au prix d'efforts importants, réaliser une récitation «à rebours».

4. Le niveau chaîne terminale : la chaîne numérique est utilisable dans les deux sens. Les mots nombres sont traités comme des entités séparées qui peuvent elles-mêmes être comptées.

Après ces différentes caractéristiques d'organisation de la chaîne numérique, M. Fayol conclut que «l'étude de la chaîne numérique verbale se justifie parfaitement», ce qui va à l'encontre des théories piagétienne sur la construction du nombre.

Après avoir vu la conception actuelle sur la façon dont les enfants acquéraient la chaîne numérique verbale et le comptage, découvrons les grands principes pour passer de l'un à l'autre.

◆ DE LA COMPTINE NUMÉRIQUE AU DÉNOMBREMENT : UNE TRANSITION DIFFICILE

La plupart des enfants, comme nous avons pu le voir précédemment, connaissent un «bout» de la comptine numérique. De plus, la connaissance de cette comptine numérique est «une pratique culturelle dont l'enjeu dépasse la simple représentation des quantités». Du coup, la comptine numérique est souvent enseignée pour elle-même, sans se soucier d'insérer cet apprentissage dans des contextes qui permettent à l'enfant de prendre conscience de son intérêt pratique.

Toujours selon R. Brissiaud, «pour accéder au dénombrement à partir du comptage numérotage, l'enfant doit accorder une double signification au dernier mot-nombre prononcé». L'enfant doit signifier pour le dernier mot-nombre d'abord le même statut que les autres mots-nombres et ensuite signifier la quantité de tous les objets. Toutefois, il semble clair pour R. Brissiaud qu'«il vient un moment où le dernier mot-nombre prononcé permet effectivement à l'enfant de représenter la quantité correspondante». Et c'est là la difficulté de l'enseignant : trouver un dispositif d'apprentissage qui permette à l'enfant de se représenter la quantité.

Danielle Meunier écrit à ce propos, en parlant du dénombrement, qu'«il importe de placer les enfants dans des situations où le dénombrement est une quantification utile à la résolution de problème».

Roger Bastien

Inspecteur de l'Éducation nationale